Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
імені академіка Степана Дем'янчука

Факультет кібернетики
Кафедра математичного моделювання

Карнов Сергій Віталійович

ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАЛЕЖНОСТІ ЦІНИ ТОВАРУ І ПОПИТУ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ-КАРЛО

8.080201 – „Інформатика"

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

магістерської дисертації на здобуття академічного ступеня
магістра з інформатики

Науковий керівник:
Р.М.Літнарович, доцент,
кандидат технічних наук

Рівне – 2011

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Моделювання в наукових дослідженнях почало застосовуватись здавна, поступово охоплюючи все нові галузі наукових знань: технічне конструювання, будівництво і архітектуру, астрономію, фізику, хімію, біологію, і суспільні науки. Але саме XX століття принесло методу моделювання успіх і визнання майже у всіх галузях сучасної науки. Проте методологія моделювання довгий час розвивалася незалежно окремими науками. Була відсутня єдина система понять, термінологій. Лише поступово була осмислена роль моделювання як універсального метода наукового пізнання.

Одним із головних напрямів розвитку економіки є застосування ефективних наукових методів аналізу й оптимізації складних економіко-організаційних систем.

Проникнення математики в економічну науку пов'язано з різного роду труднощами, що закладені в основі економічних процесів і специфіці економічної науки. Більшість об'єктів, що вивчає економічна наука, можна охарактеризувати кібернетичним поняттям – «складна система».

Складність економіки іноді розглядається як факт неможливості її моделювання засобами математики. Проте така точка зору є невірною, оскільки моделювати можна об'єкт різної складності і природи. І саме складні об'єкти є найбільш цікавими для моделювання; саме тут моделювання дає результати, які неможливо отримати іншими способами дослідження.

Мета дослідження: Метою даної магістерської дисертації є побудова та дослідження за результатами фактичних даних економіко- математичної моделі залежності попиту на товар від його ціни методом статистичних випробувань Монте- Карло.

Моделювання- це процес створення (і дослідження) моделі. Під моделлю деякого об'єкта розуміється сукупність найважливіших властивостей об'єкту процесу чи явища, яка володіє суттєвими для цілей моделювання властивостями і в рамках цих цілей повністю замінює вихідний об'єкт, процес чи явище.

Найзагальнішим методом дослідження, та таким що найбільше використовується в науці, зокрема в кібернетиці, можна назвати процес створення математичної моделі, тобто математичне моделювання. Неможливо уявити собі сучасну науку без широко застосування математичного моделювання, суть якого полягає в заміні досліджуваного об'єкта його "образом" - математичною моделлю – і подальшому вивченні моделі за допомогою відповідних обчислювально-логічних алгоритмів на ЕОМ. Робота не з об'єктом (явищем, процесом), а з його моделлю дає можливість без істотних затрат і відносно швидко дослідити його властивості і поведінку у різних ситуаціях. Обчислювальні (комп'ютерні, стимуляційні, імітаційні) експерименти з моделями об'єктів дозволяють детально вивчати об'єкти з достатньою повнотою, недоступної для чисто теоретичних досліджень.
В економіці математичне моделювання застосовують при вивченні складних економічних явищ. Моделі що будуються при цьому називають економіко-математичними. Економіко-математична модель (ЕММ) - це опис, що відображає економічний процес або явище за допомогою одного або декількох математичних виразів (рівнянь, функцій, нерівностей, тотожності), що імітують поведінку модельованого об'єкту в заданих або можливих умовах його реального існування.

Актуальність дослідження: Економіко-математичне моделювання, будучи одним з системних методів дослідження, дозволяє у формалізованій формі визначити причини, чому змінінюються економічні явища, закономірності цих змін, їх наслідки, а також робить можливим прогнозування економічних процесів.

Застосування ЕОМ при моделюванні дозволяє імітувати багатоваріантні ситуації, які можуть скластися на ринках збуту, матеріально-технічного забезпечення або

усередині структур підприємства, що для економічних процесів, де небажане будь- яке експериментування є досить важливим.

Метод вирішення проблеми: Одним з імітаційних методів є метод Монте- Карло. Цей метод дозволяє моделювати будь-який процес, на протікання якого впливають випадкові чинники. Ідея цього методу: якщо нам треба приблизно вирахувати деяку величину А, то треба придумати таку випадкову величину В, що отримавши і обробивши множину її значень можна було отримати шукану величину. Для багатьох математичних завдань, не пов'язаних з якими-небудь випадковостями, можна штучно придумати імовірнісну модель, яка в деяких випадках є вигіднішою. Оскільки метод Монте-Карло вимагає проведення великого числа випробувань, його часто називають методом статистичних випробувань.

Наукова новизна дослідження: В розробці методики оцінки точності за результатами експериментальних досліджень.

Практична значимість дослідження: При побудові моделей ті або інші вірогідні ситуації або гіпотези фахівців стають більш осяжними, можуть уточнюватися, а тому сприяють кращому розумінню ситуації. Моделювання прискорює підготовку рішень і страхує від грубих помилок в діяльності підприємства.

Практичне значення одержаних результатів: існує можливість впровадження в навчальний процес Міжнародного економіко-гуманітарного університету імені академіка Степана Дем'янчука.

Основні положення дисертації, що виносяться на захист:

- повний опис математичного та імітіційного моделювання;
- опис способів отримання випадкових чисел та генераторів псевдо випадкових чисел, методу статистичних випробувань Монте-Карло;
- представлення істинної моделі залежності ціни товару від його попиту, генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте-Карло, генераторів випадкових чисел в MS Exel;

- побудова математичної моделі, підбір параметрів способом найменших квадратів, реалізація процедури строгого зрівноваження, контроль зрівноваження, оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.
- створення програмного продукту по повній математичній обробці результатів експериментальних досліджень.

Структура і об'єм роботи:

Магістерська дисертація складається із переліку умовних позначень, вступу, п'ятьох розділів, розбитих на підрозділи, висновків і списку використаних джерел. Обсяг дисертації 114 сторінок. Список використаних джерел займає 1 сторінку і включає 16 найменувань.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовується актуальність теми, дається короткий огляд результатів, що мають безпосереднє відношення до теми роботи, та загальна характеристика магістерської дисертації.

В першому розділі описуються особливості економіко-математичного моделювання, класифікація економічних моделей та етапи створення цих моделей, теоретичні основи імітаційного моделювання та метод статистичних випробувань, як один з методів імітаційного моделювання . В другому розділі описуються випадкові числа, способи їх отримання та генератори випадкових чисел. В третьому та четвертому розділі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується за способом найменших квадратів. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів *а, в, с, d* кубічного поліному апроксимуючої математичної моделі. В п'ятому розділі робиться оцінка точності елементів зрівноважених процедурою способу найменших квадратів.

Представлення істинної моделі

Побудувавши ймовірнішу модель за способом найменших квадратів (тобто знайшовши параметри (коефіцієнти) емпіричної формули) і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно провести дослідження точності залежності ціни товару від попиту на нього методом статистичних випробувань Монте- Карло. Для цього необхідно генерувати істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел.

В даній роботі псевдо-випадкові числа генеровані за допомогою вбудованого генератора MS Exel за допомогою функції *СЛЧИС()*.

Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте- Карло.

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому, як істинні похибки для побудови спотвореної моделі [23- с.30].

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел $\xi_{ср}$, розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел $\xi_{ср}$:

$$\xi_{ср} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \xi_i}{n}$$

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ_i' за формулою

$$\Delta_i' = \xi_i - \xi_{ср}$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх значень істинних похибок :

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta'^2 i}{n}}$$

4. Знаходять коефіцієнт пропорційності K, для визначення істинних похибок необхідності точності

$$K = \frac{c}{m'_\Delta},$$

де c – необхідна константа.

Так, наприклад, при $m'_\Delta = 0{,}63254$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю *c=0,1*, будемо мати

$$K_{0,1} = \frac{0{,}1}{0{,}63254} = 0{,}15809,$$

при *c=0,05* K буде дорівнювати 0,07905.

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K$$

6. Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки m_Δ генерованих істинних похибок Δ

$$m_\Delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta^2}{n}}$$

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$\Delta'_m = \sqrt{\frac{0{,}82555}{10}} = 0{,}2873247\ .$$

Коефіцієнт пропорційності

$$K = \frac{0{,}1}{0{,}2873247} = 0{,}34803828.$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0{,}1$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{0{,}1000000}{10}} = 0{,}1$$

Отже, $m_\Delta = c = 0{,}1$.

Побудова спотвореної моделі.

Визначимо $x_{спотворене}$ за формулою

$$x_{спотв.} = x_{іст} + \Delta_i$$

Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Середня квадратична похибка одиниці ваги розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}}$$

У формулі (7.1) n - число початкових рівнянь, K - число невідомих. В нашому випадку $n = 10; K = 4$. V- різниця між вирахуваним значенням y' і вихідним значенням y_i

$$V_i = y'_i - y_i$$

Підставляючи у виведену нами, формулу (4.4) значення X початкових рівнянь отримаємо розрахункові значення y', які будуть дещо відрізнятися від вихідних значень $Y_{істн.}$.

Середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами наших досліджень

$$m = \sqrt{\frac{[VV]}{n - \mathrm{K}}} = \sqrt{\frac{4{,}796562}{6}} = 0{,}8941.$$

Представимо істинну модель. За результатами строгого зрівноваження отримана емпірична формула залежності впливу ціни товару X і попиту на нього $У$:

$$y = -4{,}717425x^3 + 33{,}731505x^2 - 85{,}78331x + 88{,}244437$$

Вихідні дані істинної моделі наведені в таблиці 1

Таблиця 1. Вихідні дані істинної моделі

x	1,6	2	2,1	2,3	2,5	2,8	2,9	3	3,1	3,3
y	18,021	13,864	13,167	11,986	10,898	8,949	8,101	7,108	5,939	2,965

Щоб побудувати ймовірнішу модель генеруємо істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел, використаємо при цьому вбудований ГВЧ табличного редактора MS Exel . Генерування здійснимо функцією СЛЧИС(). Оскільки ГВЧ генерує рівномірно розподілені випадкові числа, то підпорядкуємо їх нормальному закону розподілу. Згідно з центральною граничною теоремою теорії ймовірностей унаслідок додавання досить великої кількості однаково розподілених незалежних випадкових величин отримуємо випадкову величину, яка має нормальний закон розподілу. Як показали дослідження, вже внаслідок складання більш ніж десяти випадкових незалежних величин з рівномірним розподілом в інтервалі (0; 1) отримуємо випадкову величину, котру з точністю, достатньою для більшості практичних задач, можна вважати розподіленою згідно з нормальним законом.

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому, як істинні похибки для побудови спотвореної моделі: отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел ξ_{cp}, розрахуємо середнє

арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел $\xi_{\text{ср}}$, розрахуємо попередні значення істинних похибок Δ_i', знайдемо середню квадратичну похибку попередніх значень істинних похибок, знайдемо істинні похибки. Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки m_Δ генерованих істинних похибок Δ. Генеровані нами похибки , розрахунок попередніх значень істинних похибок , самі істинні похибки представлені в таблиці 2.

Таблиця 2. Генерування псевдовипадкових чисел і розрахунок істинних похибок

№	ξ_i	ξ_{cp}	$\Delta_i' = \xi_i + \xi_{cp}$	$\Delta_i'^2$	$\Delta_i = \Delta_i' * K$	Δ_i^2
1	0,355	0,559	-0,20458243	0,04185	-0,071203	0,00506980
2	0,976	0,559	0,416845059	0,17376	0,145	0,02104764
3	0,092	0,559	-0,46741578	0,21848	-0,162679	0,02646432
4	0,476	0,559	-0,08265727	0,00683	-0,029	0,00082759
5	0,286	0,559	-0,27298406	0,07452	-0,095009	0,00902669
6	0,940	0,559	0,380466647	0,14475	0,132	0,01753425
7	0,863	0,559	0,30364044	0,09220	0,1056785	0,01116794
8	0,321	0,559	-0,23767616	0,05649	-0,083	0,00684266
9	0,681	0,559	0,121937975	0,01487	0,0424391	0,00180108
10	0,602	0,559	0,042425571	0,00180	0,0147657	0,00021803

$\sum$	5,591		1,11E-15	0,82555	4,0E-16	0,10000000

Подальшим кроком буде побудова спотвореної моделі. На цьому етапі визначимо $x_{спотворене}$ за формулою

$$x_{спотв.} = x_{іст.} + \Delta_i \tag{1}$$

Побудуємо математичну модель. Отже у результаті проведеного експерименту ми маємо ряд результатів x_i , y_i функціональну залежність між якими будемо шукати за допомогою поліному третього степеня. Система нормальних рівнянь для поліному третього порядку виду

$$y = ax^3 + вx^2 + cx + d \tag{2}$$

буде

$$\begin{aligned}
&a\left[x^6\right] + в\left[x^5\right] + c\left[x^4\right] + d\left[x^3\right] - \left[x^3 y\right] = 0,\\
&a\left[x^5\right] + в\left[x^4\right] + c\left[x^3\right] + d\left[x^2\right] - \left[x^2 y\right] = 0,\\
&a\left[x^4\right] + в\left[x^3\right] + c\left[x^2\right] + d\left[x\right] - \left[xy\right] = 0,\\
&a\left[x^3\right] + в\left[x^2\right] + c\left[x\right] + dn - \left[y\right] = 0.
\end{aligned} \tag{3}$$

Встановимо коефіцієнти *a, b, c, d* системи (3). Для цього по даним спотвореної моделі виконаємо строге зрівноваження методом найменших квадратів. Метод найменших квадратів (МНК) — це математично-статистичний метод, який полягає в тому, що функція (котра може бути відомою, або заданою динамічним рядом чи таблицею експериментальних даних) для опису деякого явища апроксимується більш простою функцією (лінійною функцією, параболою, поліномами різного ступеня тощо). Апроксимуюча функція добирається таким чином, щоб середньоквадратичне відхилення (сума квадратів відхилень) фактичних рівнів функції в спостережуваних точках від вирівняних було найменшим.

Приведемо розрахункову таблицю, на основі якої отримаємо коефіцієнти нормальних рівнянь.

Таблиця 4. Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь.

№	$X_{спотв.}$	X^0	X^2	X^3	X^4
1	1,529	1	2,337	3,57313872	5,463
2	2,145	1	4,601	9,87027580	21,173
3	1,937	1	3,753	7,27118242	14,087
4	2,271	1	5,158	11,7161401	26,610
5	2,405	1	5,784	13,9104257	33,454
6	2,932	1	8,599	25,2160563	73,944
7	3,006	1	9,034	27,1536098	81,615
8	2,917	1	8,511	24,8275671	72,429
9	3,142	1	9,875	31,0313452	97,514
10	3,315	1	10,988	36,4215578	120,729
$\sum$	25,600	10	68,641	190,991299	547,017

Продовження таблиці 4.

№	X^5	X^6	XY	X^2Y	X^3Y
1	8,351	12,767	27,55046	42,11907	64,39153
2	45,417	97,422	29,73936	63,79325	136,8415
3	27,290	52,870	25,50871	49,41857	95,73966
4	60,438	137,268	27,22299	61,82972	140,4297
5	80,458	193,500	26,20959	63,03384	151,5958
6	216,835	635,849	26,2422	76,95307	225,6585

7	245,309	737,319	24,349	73,18527	219,9714
8	211,296	616,408	20,73602	60,49278	176,4743
9	306,432	962,944	18,66295	58,64717	184,2952
10	400,188	1326,530	9,82828	32,57845	107,9899
$\sum$	1602,012	4772,878	236,050	582,051	1503,387

Таким чином, на основі проведених розрахунків нами отримана наступна система нормальних рівнянь:

$$\begin{aligned} &4772{,}878a + 1602{,}012b + 547{,}017c + 190{,}991299d - 1503{,}387 = 0,\\ &1602{,}012a + 547{,}017b + 190{,}991299c + 68{,}641d - 582{,}051 = 0,\\ &547{,}017a + 190{,}991299b + 68{,}641c + 25{,}6d - 236{,}050 = 0,\\ &190{,}991299a + 68{,}641b + 25{,}6c + 10d - 100{,}998 = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Розв'язавши систему (4) способом Крамера отримали наступні значення коефіцієнтів: *a= -4,8830161, b=34,402752, c= -85,127108, d=85,144132.*

Таким чином, на основі проведених досліджень, математична модель впливу залежності ціни товару x_i на попит y_i виражається формулою

$$y = -4{,}8830161\,x^3 + 34{,}402752\,x^2 - 85{,}127108\,x + 85{,}144132 \quad (5)$$

Підставляючи отримані значення коефіцієнтів $a, в, c, d$ у формулу (4) проведемо контроль зрівноваження, отримаємо наступні результати (таблиця 5).

Таблиця 5. Коефіцієнти нормальних рівнянь і контроль зрівноваження.

	$\sum x^3$	$\sum x^2$	$\sum x$	$\sum x^0$	$\sum y$	Контроль
$\sum x^3$	4772,878	1602,012	547,017	190,991	1503,387	1503,387
$\sum x^2$	1602,012	547,017	190,991	68,641	582,051	582,051
$\sum x$	547,017	190,991	68,641	25,6	236,050	236,050
$\sum x^0$	190,991	68,641	25,6	10	100,998	100,998
	-4,883016	34,402752	-85,12711	85,144132		
	a	b	c	d		

Зробимо оцінку точності параметрів отриманих із рішення системи нормальних рівнянь. Для цього вирахуємо середні квадратичні похибки x_1, x_2, x_3, x_4, які розраховуються за формулою:

$$m_{x_i} = m\sqrt{\frac{A_i}{\Delta}}, \quad \text{де} \quad (i=1,2,3,4) \quad (6)$$

В формулі (6) m_{x_i} − середні квадратичні похибки визначаємих невідомих x_1, x_2, x_3, x_4, A_i – алгебраїчні доповнення першого, другого, третього і четвертого діагональних елементів, m – середня квадратична похибка одиниці ваги, яка розраховується за формулою

$$m = \sqrt{\frac{[VV]}{n-K}} \quad (7)$$

У формулі (7) n - число парних факторів X і $У$, K - число коефіцієнтів, що визначаються. В нашому випадку $n = 10; K = 4$. V - різниця між вихідним значенням y_i і вирахуваним значенням y' за отриманою нами, формулою (5)

$$V_i = y_i - y_i' \quad (8)$$

Отже, отримаємо

$$A_{11}=\begin{vmatrix}x^4 & x^3 & x^2\\ x^3 & x^2 & x\\ x^2 & x & n\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}547{,}017 & 190{,}991 & 68{,}641\\ 190{,}991 & 68{,}641 & 25{,}6\\ 68{,}641 & 25{,}6 & 10\end{vmatrix}=23{,}0874017,$$

величина оберненої ваги

$$\frac{1}{P_a}=\frac{A_{11}}{\Delta}=\frac{23{,}0874017}{4{,}57865146}=5{,}0424, \quad \text{звідси} \quad \sqrt{\frac{1}{P_a}}=2{,}2455\cdot$$

Алгебраїчне доповнення другого діагонального елемента:

$$A_{22}=\begin{vmatrix}x^6 & x^4 & x^3\\ x^4 & x^2 & x\\ x^3 & x & n\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}4772{,}878 & 547{,}017 & 190{,}991\\ 547{,}017 & 68{,}641 & 25{,}6\\ 190{,}991 & 25{,}6 & 10\end{vmatrix}=1197{,}406,$$

величина оберненої ваги

$$\frac{1}{P_b}=\frac{A_{22}}{\Delta}=\frac{1197{,}406}{4{,}57865146}=261{,}5194, \qquad \sqrt{\frac{1}{P_b}}=16{,}1716\cdot$$

Алгебраїчне доповнення третього діагонального елемента:

$$A_{33}=\begin{vmatrix}x^6 & x^5 & x^3\\ x^5 & x^4 & x^2\\ x^3 & x^2 & n\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}4772{,}878 & 1602{,}012 & 190{,}991\\ 1602{,}012 & 547{,}017 & 68{,}641\\ 190{,}991 & 68{,}641 & 10\end{vmatrix}=6532{,}593,$$

величина оберненої ваги

$$\frac{1}{P_c}=\frac{A_{33}}{\Delta}=\frac{6532{,}593}{4{,}57865146}=1426{,}75044, \qquad \sqrt{\frac{1}{P_c}}=37{,}7724\cdot$$

Алгебраїчне доповнення четвертого діагонального елемента:

$$A_{44}=\begin{vmatrix}x^6 & x^5 & x^4\\ x^5 & x^4 & x^3\\ x^4 & x^3 & x^2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}4772{,}878 & 1602{,}012 & 547{,}017\\ 1602{,}012 & 547{,}017 & 190{,}991\\ 547{,}017 & 190{,}991 & 68{,}641\end{vmatrix}=3737{,}5478$$

величина оберненої ваги

$$\frac{1}{P_d}=\frac{A_{44}}{\Delta}=\frac{3737{,}5478}{4{,}57865146}=816{,}2988, \qquad \sqrt{\frac{1}{P_d}}=28{,}5709.$$

Підставляючи у виведену нами, формулу (5) значення X спотвореної моделі отримаємо розрахункові значення y', які будуть дещо відрізнятися від вихідних значень Y.

Таблиця 6. Порівняльний аналіз результатів строгого зрівноваження

№	$X_{спотв.}$	$Y_{іст.}$	$y^{\backslash}_{зрівноваж.}$	$V = y_i - y_i^{\backslash}$	V^2
1	1,529	18,021	17,961	0,05981	0,003577
2	2,145	13,864	12,643	1,22143	1,491895
3	1,937	13,167	13,841	-0,67416	0,454497
4	2,271	11,986	12,057	-0,07105	0,005048
5	2,405	10,898	11,474	-0,57627	0,332087
6	2,932	8,949	8,2172	0,73180	0,535536
7	3,006	8,101	7,4859	0,61508	0,378327
8	2,917	7,108	8,3565	-1,24847	1,558672
9	3,142	5,939	5,8354	0,10363	0,01074
10	3,315	2,965	3,1268	-0,16181	0,026183
$\sum$	25,600	100,998	101,00	4,9E-10	4,797

Тоді, середня квадратична похибка одиниці ваги буде

$$m=\sqrt{\frac{[VV]}{n-\mathrm{K}}}=\sqrt{\frac{4{,}796562}{6}}=0{,}8941$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта a

$$m_a=m\sqrt{\frac{1}{P_a}}=2{,}007743$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта b

$$m_b=m\sqrt{\frac{1}{P_b}}=14{,}4591$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта c

$$m_c=m\sqrt{\frac{1}{P_c}}=33{,}77251$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта d

$$m_d = m\sqrt{\frac{1}{P_d}} = 25{,}54547.$$

Встановимо статистичну значущість коефіцієнтів моделі. Вона рівна відношенню значень коефіцієнтів *a, b, c, d* до значень середніх квадратичних похибок цих коефіцієнтів. Отже, статистична значущість коефіцієнта *a* рівна *-2,43209* , коефіцієнта *b* рівна *2,37931468*, коефіцієнта *c* рівна *–2,5206*, коефіцієнта *d* рівна *3,333042*. Встановимо значущість цих коефіцієнтів на рівні 95% t – розподілу Стьюдента.

t(a)=2,43209<2,446912; (знак мінус до уваги не приймається).

t(b)=2,37931468<2,446912;

t(c)=2,5206>2,446912

t(d)=3,333042>2,4469136.

Таким чином, встановлені нами в даній дипломній роботі коефіцієнти *c* та *d* статистично значимі на рівні 95% t – розподілу Стьюдента. Коефіцієнти *a* та *b* статистично незначимы. Це і буде однією із характеристик адекватності побудованої нами математичної моделі емпіричним даним результатів експерименту.

Параметр F-розподілу Фішера

F=70,13719>4,533677

повністю підтверджує з надійністю 95% адекватність побудованої нами в даній роботі математичній моделі залежності попиту на товар від його ціни

$$y = -4{,}8830161\,x^3 + 34{,}402752\,x^2 - 85{,}127108\,x + 85{,}144132$$

емпіричним даним проведеного нами експерименту.

Коефіцієнт детермінації R^2=0,9723 говорить про вдалий вибір рівняння математичної моделі впливу ціни товару на попит для прогнозування значень Y.

Провівши ряд обчислень та перетворень отримаємо середні квадратичні похибки зрівноваженої функції *mφ*:

mφ
0,877361
0,490781
0,540109
0,454929
0,441342
0,470461
0,439174
0,476243
0,436672
0,813586

Отже, в даній роботі розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло. Вона дає можливість набрати велику статистику, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в інших моделях.

Висновки

<u>Основні результати дослідження:</u>

На основі досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності впливу ціни товару на його попит.
3. Математична модель апроксимована за способом найменших квадратів кубічним поліномом.
4. Отримана формула

$$y = -4{,}8830161\,x^3 + 34{,}402752\,x^2 - 85{,}127108\,x + 85{,}144132$$

залежності впливу ціни товару X на його попит Y.

5.Встановлено, що

- середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає 0,8941 тисяч гривень;
- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта α при x^3 $m_a = 2{,}007743$;
- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта b при x^2 $m_b = 14{,}4591$;
- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта c при x $m_c = 33{,}77251$;
- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта d $m_d = 25{,}54547$;
- середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

mφ
0,877361
0,490781
0,540109
0,454929
0,441342
0,470461
0,439174
0,476243
0,436672
0,813586

6. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.

7. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло.
8. Вона дає можливість набрати велику статистику, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в інших моделях.

Результатом даного дипломного проекту є розробка програмного продукту. Розроблена програма дає можливість виконати необхідні розрахунки, що виникають при побудові економіко-математичної моделі, її апроксимації кубічним поліномом. Програма відповідає вимогам простоти, зручністі і дружності стосовно користувача, простота в освоєнні і не потребує спеціального навчання.

Рекомендації: Необхідно будувати математичні моделі по кожному досліджуваному варіанту залежності ціни товару від попиту на нього.

ЛІТЕРАТУРНІ ДЖЕРЕЛА

1. В.В.Вітлінський. Моделювання економіки: Навч.посібник.-КНЕУ, 2003.-408с.
2. В.Ф.Ситник. Н.С.Орленко. Імітаційне моделювання: Навч.-метод. посібник для самост.вивч.дисц.-К.:КНЕУ, 1999.-208с.
3. Р.М.Літнарович. Основи наукових досліджень. Частина 1. Курс лекцій. МЕГУ, 2008.-75с.
4. Р.М.Літнарович. Конструювання і дослідження математичних моделей. Множинний аналіз.Частина 1. МЕГУ, Рівне, 2009.-127 с.
5. Р.М.Літнарович. Конструювання і дослідження математичних моделей. Поліноміальна апроксимація. Частина 2. МЕГУ, Рівне, 2009.-36 с.

6. Р.М.Літнарович Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Онтодидактика поліноміальної апроксимації. Частина 3. МЕГУ, Рівне, 2009.-32 с.
7. В.А.Кудрявцев. Б.П.Демидович. Краткий курс высшей математики: Учебное пособие для вузов.-7-е изд., испр.- М.:Наука. Гл.ред.физ.-мат.лит., 1989.-656с.

АНОТАЦІЯ

На основі фактичних даних залежності ціни товару і попиту на нього побудована математична модель у вигляді кубічного поліному за способом найменших квадратів.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується за способом найменших квадратів.

Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів *а, в, с, d* кубічного поліному апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки.

Застосований метод статистичних випробувань Монте Карло дав можливість провести широкомасштабні дослідження і набрати велику статистику.

АННОТАЦИЯ

На основе фактических данных зависимости цены товара и спроса на него построена математическая модель в виде кубического полинома по способу наименьших квадратов.

В данной работе генерируются средние квадратичные погрешности, которые приводятся к заданным нормируемым, строится искажённая модель, уравновешивается по способу наименьших квадратов. Находятся вероятностные значения коэффициентов *а, в, с, d* кубического полинома аппроксимирующей математической модели.

Делается оценка точности и даются обобщающие выводы.

Применен метод статистических испытаний Монте Карло дал возможность провести широкомасштабные исследования и набрать большую статистику.

ANNOTATION

On the basis of facts sheets of dependence of cost of commodity and demand
on him the built mathematical model as cube to the polynomial on the method of leastsquares.

In-process this middle quadratic errors which over are brought to set rationed are generated, the disfigured model is built, is counterbalanced on the method of leastsquares. There are more credible values of coefficients *a, b, c, d* of cube to the polynomial of approximating mathematical model.

Estimation of exactness is done and summarizing conclusions are given.

The applied method of statistical tests of Monte Carlo enabled to conduct large-scale researches and to collect large statistics.

Карнов Сергій Віталійович
спеціаліст системотехнік, магістрант інформаційних технологій

ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАЛЕЖНОСТІ ЦІНИ ТОВАРУ І ПОПИТУ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ-КАРЛО

Модель 91КІН-М6

Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в редакторі Microsoft®Office® Word 2007 О.М. Кончук.
Науковий керівник Р. М. Літнарович, доцент, кандидат технічних наук

Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет ім. акад. Степана Дем'янчука

Кафедра математичного моделювання
33027,м.Рівне,Україна
Вул.акад. С.Дем'янчука,4, корпус 1
Телефон:(+00380) 362 23-73-09
Факс:(+00380) 362 23-01-86
E-mail:mail@regi.rovno.ua